TEORIA DE CONJUNTOS

CONJUNTOS

Concepto y notación de conjunto

Consideremos un conjunto como una colección de objetos: lápices, árboles, puntos, etc. Los componentes individuales de un conjunto son sus elementos. Como un ejemplo, considérese el conjunto formado por cuatro muchachos llamados: Jorge, Daniel, Diego y Manual. Este conjunto tiene cuatro elementos. Los conjuntos pueden, sin embargo, tener cualquier número de elementos. Podemos pensar en el conjunto de todos los granos de arena de una playa, este conjunto tiene un número finito de elementos pero este número es, indudablemente, muy grande. Un ejemplo de un conjunto infinito es el conjunto de todos los enteros positivos 1, 2, 3, 4, 5, … En realidad, puede existir también un conjunto que no contenga elementos, a tal conjunto lo llamamos conjunto vacío.

Podemos definir de este manera los diversos conjuntos, pero conjunto es un término primitivo que no se puede definir. Por tanto, aceptamos conjunto y elemento como términos no definidos.

Los conjuntos se representan con letras mayúsculas.

A = { 1, 2, 3, 4 }   B = { álgebra, geometría, cálculo }

Como observará en los ejemplos anteriores, los elementos del conjunto se encuentran encerrados entre llaves { } y separados por comas.

Ejemplo.

El conjunto de las vocales se representa así:

{ a, e, i, o , u }

Que podemos llamar conjunto V, por tanto:

V = { a, e, i, o , u }

Note que para representar los elementos de este conjunto hemos utilizado minúsculas.

Existen dos formas para describir los elementos de un conjunto: por extensión y por comprensión.

Un conjunto se describe por extensión cuando se listan los elementos del conjunto, como:

$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

$B = \{ 1, 3, 5, 7, \ldots, 19 \}$

En el caso del conjunto B, los puntos suspensivos indican que los números impares continúan hasta el 19.

Un conjunto se describe por comprensión cuando se da una regla que permita describir todos los elementos del conjunto, así:

1. $R = \{ x/x$ es un número real $\}$, el conjunto de todos los números reales. Esta expresión, se puede leer: "El conjunto R es el conjunto de todos los números x tales que x es un número real". El pequeño segmento de recta vertical se lee "tal que".
2. $B = \{ x/ x \in Z^+$ y $x < 6 \}$, el conjunto de todos los enteros positivos menores que 6.
   Un conjunto como R se denomina conjunto *infinito* ya que tiene un infinito número de elementos, mientras que el conjunto B se denomina *finito*.

3. $Z^+ = \{ x/ x$ es un entero positivo $\}$, el conjunto infinito de todos los enteros positivos. Con frecuencia este conjunto se escribe $\{ 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

4. $A = \{ x/ x$ es un entero positivo par $\}$, el conjunto infinito de todos los enteros positivos pares. Muchas veces se representa por $\{ 2, 4, 6, 8, \ldots \}$

5. $J = \{ R / R$ murió en la segunda guerra mundial $\}$, el conjunto de todas las personas que murieron durante la segunda guerra mundial.

6. $S = \{ x/ x > 8$ y $x < 6 \}$, al conjunto S lo llamaremos conjunto *vacío* ya que no hay ningún número que simultáneamente sea mayor que 8 y menor que 6, y por tanto S no tiene ningún elemento.

   Escribimos entonces $S = \{ \}$ o preferiblemente $S = \phi$

Cualquier conjunto que contenga los elementos de los conjuntos que se están considerando en un análisis dado, se denomina conjunto *Universal* y se representa por la letra *U*. En los ejemplos anteriores el conjunto R se puede considerar conjunto Universal para los conjuntos B, Z^+ y A, ya que a R pertenecen todos los elementos de los conjuntos mencionados. Por medio de diagramas podemos representar los conjuntos anteriores.

Relaciones entre conjuntos

Relación de pertenencia

Cuando estamos interesados en relacionar un elemento con un conjunto dado, hablamos de relación de pertenencia y utilizamos la notación $\in$.

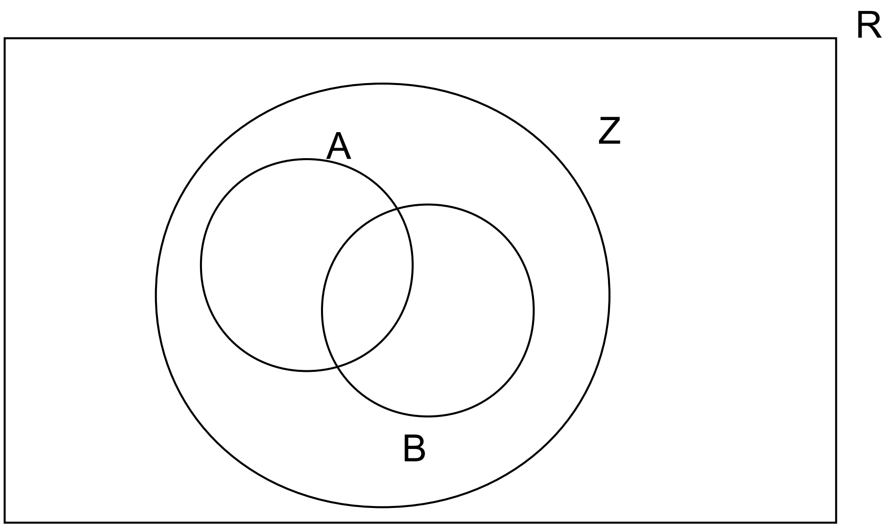


Figura. Relación entre conjuntos A, B, Z

Ejemplo 2.

Sea A = { 8, 10, 12, 14, 16 }

Entonces escribimos 8 $\in$ A, que significa que 8 "pertenece a" A. De la misma manera podemos decir que 10 $\in$ A.

Observe que 5 "no pertenece a" A. En éste caso se nota 5 $\notin$ A.

Relaciones de Contenencia.

Cuando queremos relacionar un conjunto con otro conjunto, hablamos de la relación de "contenencia" y utilizamos la notación $\subset$.

Ejemplo.

a. Considere los siguientes conjuntos:

M = { 1, 3, 5, 7 }

N = { 2, 4, 6, 8 }

Q = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 }

Observe que todos los elementos del conjunto M se encuentran también en el conjunto Q; decimos entonces que M está contenido en Q y lo denotamos así: $M \subset Q$. En este caso también se dice que M es subconjunto de Q. Observe que N también es un subconjunto de Q entonces $N \subset Q$.

Si $A \subset B$ y $B \subset A$, entonces decimos que A es igual a B y escribimos $A = B$. En caso contrario $A \neq B$.

b. Sean:

$A = \{ x/x \text{ es positivo par } \leq 8 \}$

$B = \{ 1, 2, 3,4 \}$

$C = \{ 2, 4, 6, 8 \}$

$D = \{ x/x \in Z, x \leq 10 \}$

Note que:

i) $A \subset C$ y $C \subset A$, luego $A = C$
ii) $A \subset D$, $B \subset D$, $C \subset D$, $D \subset D$
iii) $A \neq B$, $B \neq D$ (Aun siendo $B \subset D$)

Debe ser claro que todo conjunto es subconjunto de sí mismo.

Si A es subconjunto de B; pero A es diferente de B, entonces decimos que A es un subconjunto propio de B; esto es:

Si $A \subset B$, $A \neq B$, entonces A es un subconjunto propio de B.

En el ejemplo anterior, A es subconjunto propio de D.

Si A es un subconjunto cualquiera, entonces ϕ está contenido en A; luego el conjunto vacío es subconjunto de todo conjunto.

En Conjunto partes de

Sea $T = \{ 1, 2, 3 \}$, los subconjuntos de T son:

ϕ , {1}, {2}, {3}, {1, 2}, {2, 3}, {1, 3}, {1, 2, 3}

El conjunto conformado por los anteriores conjuntos se denomina partes de T y se denota así:

$\rho(T) = \{ \phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\} \}$

El número de elementos del conjunto partes de T es 2^n, en donde n es el número de elementos de T.

El conjunto {1} "pertenece a" ρ(T); observe que la relación de pertenencia se puede establecer también entre un par de conjuntos.

Para cualquier conjunto A, se tiene que vacío y A pertenecen al conjunto partes de A.

Operaciones entre conjuntos

Hasta ahora hemos estudiado el lenguaje de los conjuntos y algunas relaciones entre ellos. Veamos ahora como se forman conjuntos a partir de otros conjuntos.

Sean:

A = { 1, 2, 3, 4, 5 }

B = { 3, 4, 6, 8, 9 }

Unión de Conjuntos

A partir de estos dos conjuntos, formemos otros cuyos elementos sean *todos* los elementos de A junto con *todos* los elementos de B. A este nuevo conjunto lo llamaremos C.

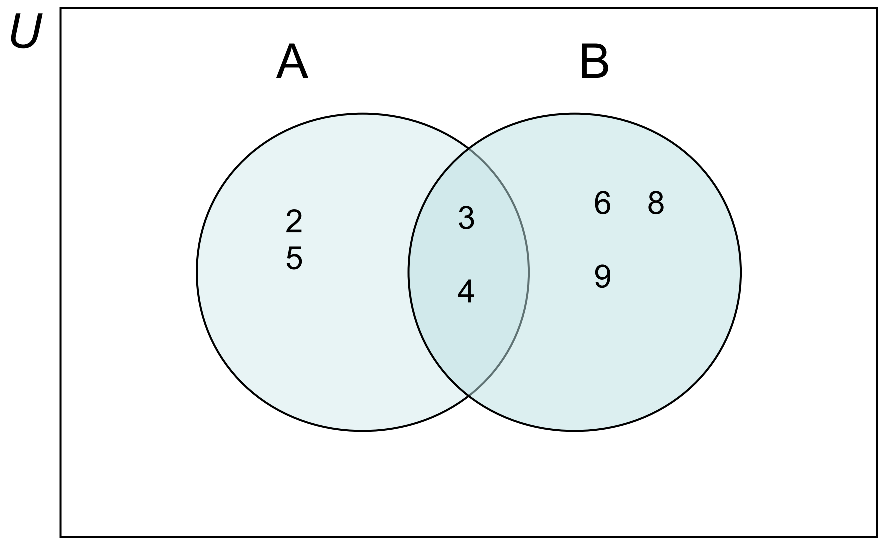
C = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 }

Observe que en el conjunto C no se escriben sino una vez los elementos comunes a los dos conjuntos.

El conjunto C se denomina unión de A y B, y lo indicaremos así:

$C = A \cup B$

La representación gráfica del conjunto C en términos de los conjuntos A y B, aparece en la siguiente figura:



C = A $\cup$ B; Unión de A y B.

Ejemplo

a. Sean E = { 1, 3, 5 } y F = { 2, 4, 6 }

Entonces E $\cup$ F = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

b. Sean G = { 1, 2, 6 } y H = { 1, 2, 3 }

Entonces G $\cup$ H = { 1, 2, 3, 6 }

c. Sean M el conjunto de los enteros positivos pares y N el conjunto de los enteros positivos impares. Entonces M $\cup$ N es el conjunto de todos los enteros positivos.

d. Sean S = { x/ x^2 = 9 } = { -3, 3 }

W = { x/ ($x^2 - 4x + 3 = 0$) } = { 1, 3 }

Entonces S $\cup$ W = { x/ ($x^2 = 9$) ó ($x^2 - 4x + 3 = 0$) } = { -3, 1, 3 }

En general

A $\cup$ B = { x/ x $\in$ A ó x $\in$ B }

Aquí ó se usa en el sentido o/y.

Intersección de conjuntos

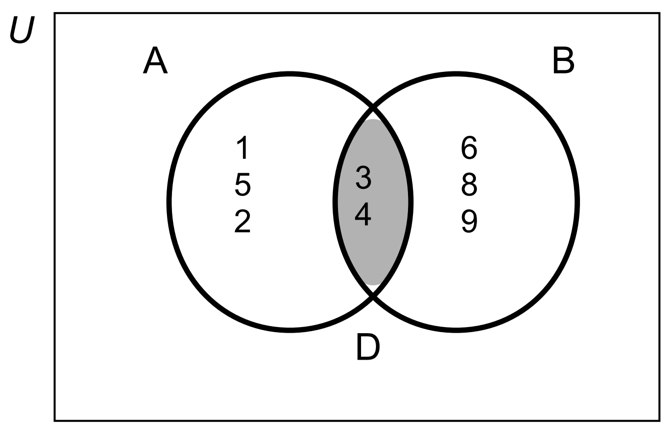
Nuevamente consideremos los anteriores conjuntos A y B y formemos ahora un conjunto con los elementos que pertenecen a ambos conjuntos. A este nuevo conjunto lo llamamos D.

D = { 3, 4 }

El conjunto D se denomina *intersección* de A y B, y lo indicaremos así:
$A \cap B$.

$A \cap B = \{ 3, 4 \}$

La representación gráfica del conjunto D, en términos de los conjuntos A y B, se muestra en la siguiente figura:



$D = A \cap B$; intersección A y B.

Ejemplo:

a. Sean $E = \{ 1, 3, 5 \}$ y $F = \{ 2, 4, 6 \}$

Entonces $E \cap F = \phi$

b. Sean $G = \{ 1, 2, 6 \}$ y $H = \{ 1, 2, 3 \}$

Entonces $G \cap H = \{ 1, 2 \}$

c. Sean $S = \{ x / x^2 = 9 \} = \{ -3, 3 \}$

$W = \{ x / x^2 - 4x + 3 = 0 \} = \{ 1, 3 \}$

Entonces $S \cap W = \{ x / (x^2 = 9) \text{ y } (x^2 - 4x + 3 = 0) \} = \{ 3 \}$

En general:

$A \cap B = \{ x / x \in A \ \text{ y } \ x \in B \}$

Si A y B no tienen elementos comunes se dice que A y B son *disyuntos* y entonces $A \cap B = \phi$.

Cuando se realizan operaciones entre conjuntos son posibles únicamente tres casos: a) que los conjuntos sean disyuntos, ($A \cap B = \phi$), b) que un conjunto esté contenido en el otro, ($B \subset A$) ó c) que tengan sólo algunos elementos comunes, ($A \cap B \neq \phi$).

Complemento de un conjunto

Supóngase que hemos escogido un conjunto Universal *U* y que tenemos un subconjunto de *U* que llamaremos *A*. Entonces, podemos formar el conjunto que consiste en los elementos de *U* que no pertenecen a *A*. A este conjunto lo llamaremos *complemento* de *A* (con respecto a *U*) y lo representaremos por *A´*.

Dado un conjunto Universal *U* y un conjunto *A*, tal que $A \subset U$, se llama complemento de *A* (y se denota por *A´*) el conjunto de los elementos de *U* que no pertenecen a *A´*.

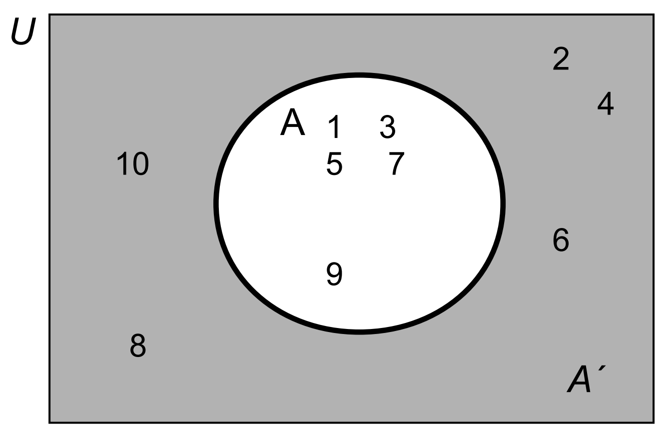
En general, $A' = \{ x/ x \in U \ \text{ y } x \notin A \}$

Ejemplo:

a. Sean $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$
y $A = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$

entonces; $A' = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$

La representación gráfica de *A¨* se muestra en la siguiente figura:



A´ ; complemento de *A* con respecto a *U*.
b. Sean $U = \{ x/ -1 \leq x \leq 10 \}$

y $B = \{ x / 5 \leq x \leq 9 \}$

Entonces $B' = \{ -1, 0, 1, 2, 3, 4, 10 \}$

Diferencia de conjuntos

Ahora consideremos los conjuntos:

M = { a, b, c, d, e, f }

N = { a, e, i, o, u }

Formemos el conjunto de los elementos que *pertenecen* a M y *no pertenecen a N*.

Este nuevo conjunto lo notaremos H y lo llamaremos “diferencia”.

H = M – N

H = { b, c, d, f, g }

En general: $M - N = \{ x / x \in M \text{ y } x \notin N \}$

Ejemplo:

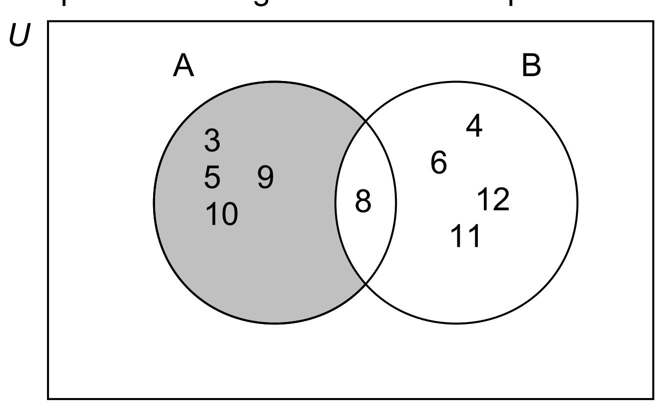
Sean A = { 3, 5, 8, 9, 10 }

B = { 4, 6, 8, 11, 12 }

A – B = { 3, 5, 9, 10 }

B – A = { 4, 6, 11, 12 }

La representación gráfica de A – B aparece en la siguiente figura:



A – B; la diferencia de A menos B.

Propiedades de los conjuntos

A continuación presentaremos un resumen de las propiedades que se cumplen en las operaciones entre conjuntos.

No creemos necesario hacer demostración rigurosa de ninguna de estas propiedades. Sin embargo, recomendamos como ejercicio comprobar mediante diagramas de Venn algunas de ellas (como en el ejemplo), pensando en que las pueda necesitar para la solución de ejercicios propuestos más adelante.

- Propiedad idempotente:

$A \cup A = A$ $\qquad$ $A \cap A = A$

- Propiedad conmutativa:

$A \cup B = B \cup A$ $\qquad$ $A \cap B = B \cap A$

- Propiedad Asociativa:

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $\qquad$ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

- Propiedad identidad:

$A \cup \phi = A$ $\qquad$ $A \cap U = A$

$A \cup U = U$ $\qquad$ $A \cap \phi = \phi$

- Propiedad complementación:

$A \cup A' = U$ $\qquad$ $A \cap A' = \phi$

$(A')' = A$

$(U)' = \phi$

$(\phi') = U$

- Propiedad distributiva:

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

- Ley de Morgan:

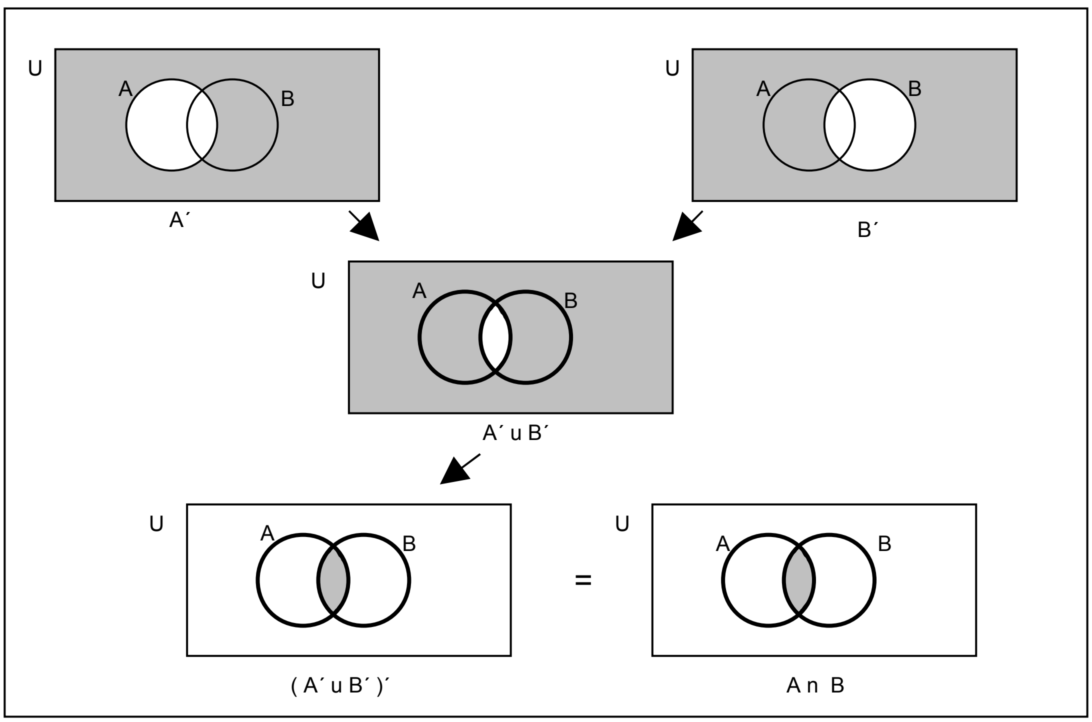
$(A \cup B)' = A' \cap B'$ $(A \cap B)' = A' \cup B'$

Otras propiedades:

Si $A \subset B$, entonces $A \cup B = B$ y $A \cap B = A$. $(A \cap B) \subset A$ y $A \subset (A \cup B)$ para cualquier A y cualquier B.

Ejemplo.

Demuestre mediante diagramas de Venn que $(A' \cup B')' = A \cap B$.



Cardinal de un conjunto

Sea A un conjunto, llamaremos "cardinal de A" al número de elementos de A y lo notaremos como $\eta(A)$.

Ejemplos.

Si V = { x/x es estación del año } entonces $\eta(V) = 4$

Si P = { x/x es un primo par } entonces $\eta(P) = 1$
Si L = { x/x es par menor de 20 } entonces $\eta(L) = 9$

Conociendo el cardinal de ciertos conjuntos dados, podemos obtener el cardinal de otros que son unión, intersección, diferencia o complementos de los conjuntos dados.

Si tenemos dos conjuntos A y B definimos el cardinal de la unión de estos grupos de la siguiente forma:

$$\eta(A \cup B) = \eta(A) + \eta(B) - \eta(A \cap B)$$

Si los conjuntos son disyuntos ($A \cap B = \phi$), entonces la relación anterior se reduce a:

$$\eta(A \cup B) = \eta(A) + \eta(B)$$

Ejemplo.

Una farmacia rebajó el precio de una loción y el de una crema. La contabilidad al final de un día indicó que 66 personas habían comprado crema; 21, loción y 12 personas ambos productos.

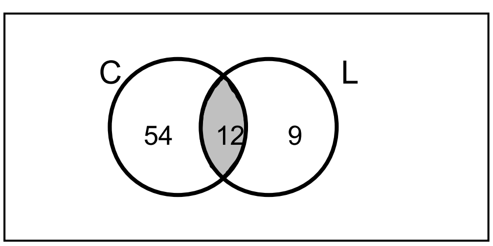
a. ¿ Cuántas personas aprovecharon la oferta?
b. ¿ Cuántas personas compraron solamente la loción?
c. ¿ Cuántas personas compraron solamente la crema?

Solución

La forma más práctica de solucionar este ejercicio, es mediante el uso de los diagramas de Venn- Euler.

Teniendo en cuenta que hubo personas que compraron ambos productos, el diagrama presenta una región de intersección entre los dos conjuntos a los cuáles llamaremos C y L.

C = {x/x compró crema }
L = {x/x compró loción }



Región de intersección entre los dos conjuntos C y L.

Observe que en el anterior diagrama, 12 representa (la intersección) el número de personas que compraron los dos productos y 9 representa el número de personas que únicamente compraron loción (21 – 12 = 9). De la misma forma 54 representa el número de personas que únicamente compraron crema (66 – 12 = 54).

¿Cuántas personas aprovecharon la oferta?

$\eta (L \cup C) = \eta (L) + \eta (C) - \eta (L \cap C)$

$\eta (L \cup C) = 21 + 66 - 12$

$\eta (L \cup C) = 75$

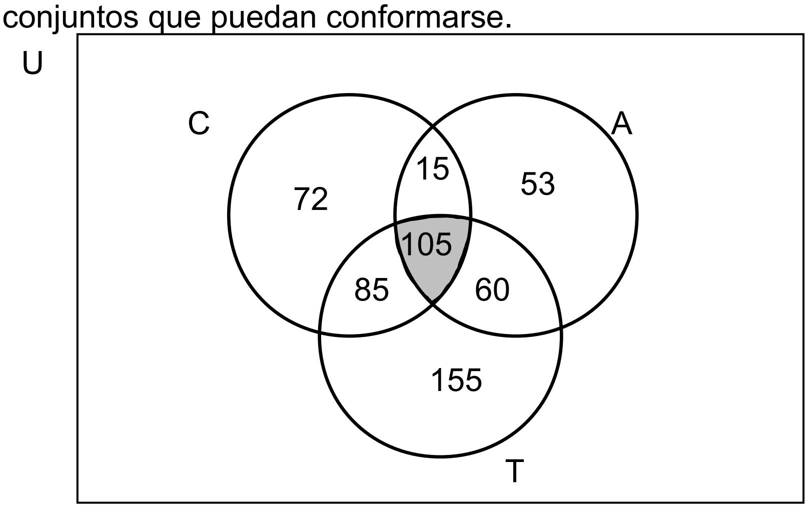
Lo anterior representa el *cardinal* de la unión entre los conjuntos.

Ejemplo.

Una encuesta realizada a un grupo de empleados reveló que 277 tenían casa propia; 233, automóvil; 405, televisor; 165, automóvil y televisor; 120, automóvil y casa; 190, casa y televisor y 105 tenían casa, automóvil y televisor.

a. ¿Cuántas personas fueron encuestadas?
b. ¿Cuántas personas tienen solamente casa y televisor?
c. ¿Cuántas personas tienen solamente casa propia?

Solución
Como habíamos dicho anteriormente, lo más práctico en estos casos es elaborar el diagrama de Venn correspondiente. El número de empleados que poseen los tres servicios, corresponde a la intersección de los tres conjuntos. Este es el dato que debe ubicarse en el gráfico. A partir de este cardinal se colocan los otros cardinales que corresponden a las intersecciones entre los diferentes pares de conjuntos que puedan conformarse.



Región de intersección entre los conjuntos C, A y T.

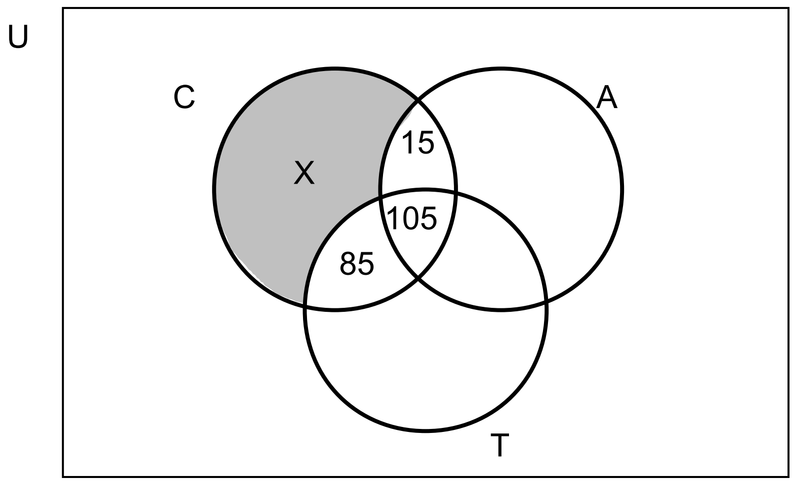
C = { x/x tienen casa }
A = { x/x tienen automóvil }
T = { x/x tienen televisor }

Observe que la suma de los números que se encuentran en la región delimitada por cada conjunto corresponde al cardinal del conjunto.

Por ejemplo, $\eta(C) = 277$, luego

$$277 = X + 15 + 105 + 85, \text{ de donde}$$

$$X = 72$$



Número de personas que sólo tienen casa propia.

a. Para saber cuántas personas fueron encuestadas calculamos el cardinal de la unión de los tres conjuntos.

$\eta(C \cup A \cup T) = \eta(C) + \eta(A) + \eta(T) - \eta(C \cap A) - \eta(C \cap T) - \eta(A \cap T) + \eta(C \cap A \cap T)$.

$\eta(C \cup A \cup T) = 277 + 233 + 405 – 120 – 190 – 165 + 105$

$\eta(C \cup A \cup T) = 545$.

b. El número de personas que solamente tienen casa y televisor, se obtiene restando del número de personas que tienen casa y el televisor el numero de personas que tienen casa, televisor y automóvil.

$X = \eta(C \cap T) - \eta(C \cap T \cap A)$
$X = 190 – 105$
$X = 85$

c. La región rayada representa el número de personas que solamente tienen casa propia, es decir, 72.

X = 277 – 15 – 105 – 85
X = 72

Ejercicios y problemas

1. Determine cuáles de los siguientes conjuntos son iguales y entre cuáles se puede establecer una relación de contenencia:

A = { economía, mercadotecnia, contaduría }

B = { cebada, trigo, ajonjolí }

C = {Quito, Cali, Lima }

D = { mercadotecnia }

E = { x/x es una ciudad de Latinoamérica }

F = { 2, 4, 6, 8 }

G = { banano, café, trigo, cebada }

H = { contaduría, economía, mercadotecnia }

I = { x/x es un par positivo menor que 10 }

J = { x/x es un dígito}

2. En el siguiente ejercicio escriba todos los subconjuntos del conjunto dado: ¿Cuáles son los subconjuntos propios?

a. { 2, 9 }
b. $\{$ {2}, 9 $\}$
c. $\{$ ϕ, {1}, 1 $\}$
d. { }

3. Dados: U = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 }, A= { 1, 3, 6, 8, 10 }, B = {2, 4, 5, 6, 8 } y C = {1, 4, 6, 10 } halle:

a. $A \cup B$
b. $A \cap B$
c. $(A \cap B)'$

d. $(A \cup C)'$
e. $(A \cap B) \cup C$
f. $(A \cup B) \cap C$

4. Realice:

a. { x/x es un entero par } $\cap$ { x/x es un entero impar }
b. { a, b, c, d } $\cup$ ϕ
c. { 1, 2, 3, 4 } $\cap$ ϕ
d. { x (persona)/x es un estudiante } $\cup$ { x/x tiene más de 30 años }
e. { x (persona)/x es un estudiante } $\cap$ {x/x tiene más de 30 años }
f. { x(aeroplano)/x es un boeing 747 } $\cup$ {x/x pertenece a las aerolíneas Avianca}

5.
a. Si *U* es el conjunto de todos los alumnos de la Universidad Nacional y A es el conjunto de los alumnos de primer año, encuentra A´.
b. Para cualquier conjunto A, encuentre $A \cap U$ y $A \cup U$
c. Para cualquier conjunto A, encuentre $A \cap \phi$ y $A \cup \phi$
d. Para cualquier conjunto A, encuentre $A \cap A'$ y $A \cup A'$
a. Dados los conjuntos A y B cualesquiera, ¿es $A \cup B = B \cup A$? ¿Por qué? Considérese las mismas preguntas para $A \cap B$.

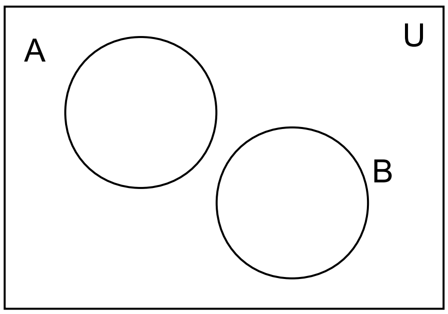
6. En los siguientes ejercicios una de estas relaciones es verdadera: $A \subset B$, $A = B$, $B \subset A$. Escriba, en cada caso, la relación correcta.
El conjunto universal, es el conjunto de todos los enteros.
Relacione cada conjunto del grupo A con el conjunto situado frente en el grupo B.

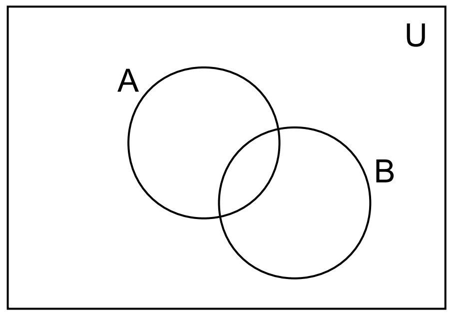
A	**B**
a. $\{ x/ 2x + 3 = 11 – 2x \}$	$\{ x/ 5x + 4 = x + 12 \}$
b. $\{ x/ x^2 + 4 = 6x – 5 \}$	$\{ x/ 4 + 2x = 10 \}$
c. $\{ x/ (x + 4) = 0 \}$	$\{x/ x (x + 4) = 0 \}$
d. $\{ x/ (x – 2) (x – 3) = 0 \}$	$\{ x/ x = 2 \}$
e. $\{x/ x – 1 = 0 \} \cup \{ x/ x – 2 = 0 \}$	$\{x/ x^2 – 3x + 2 = 0 \}$
f. $\{x/ x= 3 \}$	{x/ x es un entero impar }
g. $\{x/ x + 3 = 4 \}$	$\{x/ (x + 3)^2 = 16 \}$
h. $\{x/ x^2 = 25 \}$	$\{x/ x + 2 = 7 \}$

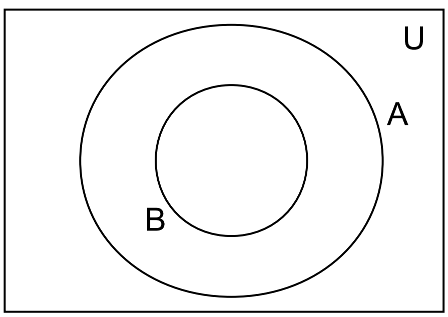
i. { T (triángulos en un plano) / T es equilátero}	{ T (triángulos en un plano) / T es isósceles}
j. El conjunto de los cuadrados en un plano	El conjuntos de los rectángulos en un plano.

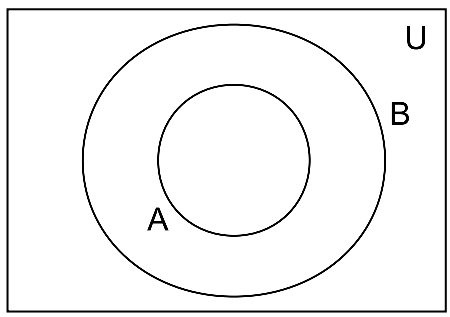
7. En cada uno de los siguientes diagramas de Venn, sombree:

a. $A \cup B$
b. $A \cap B$

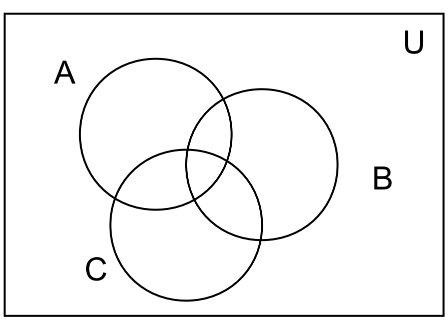




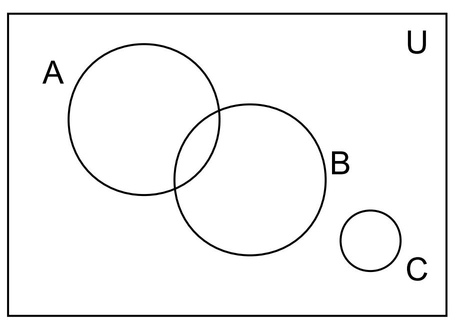




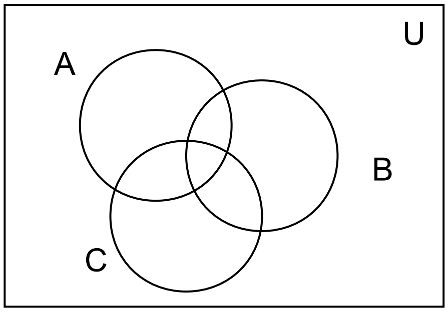
8. En cada diagrama sombree la operación indicada:



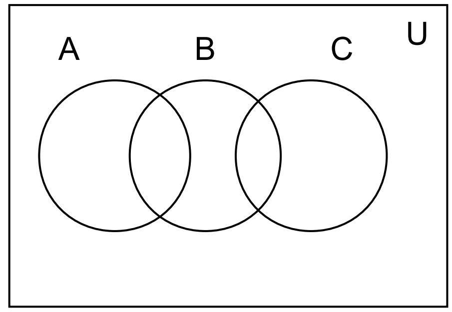
$(A \cup B) \cap C$



$(A \cap B)' \cup C$



$(A \cup B) - (A \cup C)'$



$A \cup (B - C)$

9. Resuelva los siguientes ejercicios:

a. Una mesera tomó una orden de 38 hamburguesas: 18 con cebolla, 23 con mostaza y 29 con salsa de tomate. De éstas, 3 tenían sólo mostaza y 8 sólo salsa; 9 de las hamburguesas tenían sólo mostaza y salsa y 5 los 3 ingredientes. Realice el diagrama de Venn y encuentre:

i) ¿Cuántas hamburguesas llevaban cebolla y salsa solamente?
ii) ¿Cuántas sólo llevaban cebolla?
iii) ¿Cuántas hamburguesas sólo llevaban cebolla y mostaza?

b. En una encuesta realizada en algunos países acerca de los productos de mayor exportación se encontró que: 8 países exportan café; 15, petróleo y 13, frutas; 6 exportan sólo frutas y petróleo; 4, sólo frutas; 3 exportan los 3 productos y sólo café y petróleo ninguno.

i) ¿Cuántos países fueron encuestados?
ii) ¿Cuántos exportan sólo café?
iii) ¿Cuántos países exportan sólo petróleo?

c. Los siguientes son los datos que muestran la preferencia de algunos alumnos de primer semestre por ciertas asignaturas:

a 36 les gusta Matemáticas
a 32 les gusta administración
a 31 les gusta biología
a 16 les gusta administración y biología
a 15 matemáticas y administración
a 14 les gusta matemáticas y biología
y 6 tienen preferencias por las tres.

i) ¿Cuántos alumnos fueron encuestados?
ii) ¿Cuántos alumnos prefieren solamente matemáticas?
iii) ¿Cuántos estudiantes no prefieren biología?
iv) ¿Cuántos estudiantes prefieren matemáticas y biología pero no administración?

10. Sea A = $\{ \phi, \{1, 2\}, \{1\}, \{\phi\}, \{1\}, \{2\} \}$

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas y por qué?

a. $1 \in A$
b. $2 \in A$
c. $2 \subset A$
d. $\{2\} \in A$
e. $\{2\} \subset A$
f. $\phi \subset A$ y $\phi \in A$
g. $1 \in A$ y $\{1\} \in A$
h. $\eta(A) = 6$
i. $\eta[\rho(A)] = 64$
j. $\{1, 2\} \subset A$

11. En cada caso halle $\rho(M)$

a. $M = \{3, 5\}$
b. $M = \{3, 5, \phi\}$
c. $M = \{\phi, 1, \{1\}\}$

12. Utilizando las propiedades de los conjuntos demuestre que:

a. $(A \cup B') \cap B = A \cap B$
b. $(A \cup B) \cup (A \cup B') = A$
c. $(A' \cup B)' \cup (A' \cup B') = A$

13. Partiendo de que $\eta(A \cup B) = \eta(A) + \eta(B) - \eta(A \cap B)$ y de las propiedades de los conjuntos, demuestre que: $\eta(A \cup B \cup C) = \eta(A) + \eta(B) + \eta(C) - \eta(A \cap B) - \eta(B \cap C) - \eta(A \cap C) + \eta(A \cap B \cap C)$.

Nota: $A \cup B \cup C = (A \cup B) \cup C$

14. demuestre que: $[A \cup (B \cap A')] \cup [A' \cap B' \cap C] = A \cup B \cup C$.

REFERENCIAS

Lipschutz, Seymour. Matemáticas finitas. Mc Graw hill.
Turner/ Prouse. Introducción a las matemáticas. Trillas
Britton/ Bello. Matemáticas contemporáneas. Harla.
Budnick, Frank S. Matemáticas aplicadas para administración, economía y ciencias sociales. Mc Graw hill.
Miller, Charles. Introducción al pensamiento matemático. Trillas.
Allendoerfer/Oakley. Matemáticas Universitarias. Mc Graw hill.